

# بسم الله الرحمن الرحيم

موضوع

کمیت‌های فیزیکی

و

بردارها

تهیه و تنظیم

محمد حسین کاظمی



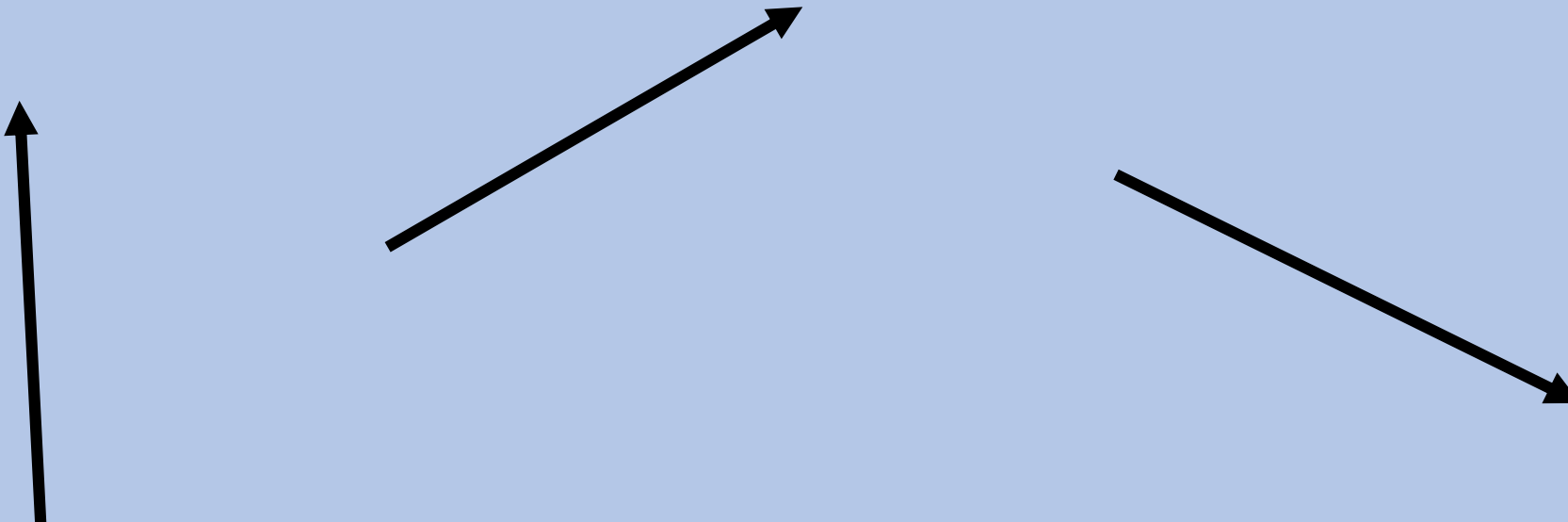
فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

## انواع کمیت‌ها

1. کمیت‌های اسکالر (نرده‌ای) : به کمیت‌هایی می‌گوییم که فقط دارای مقدار می‌باشند.  
مثل طول، جرم، زمان و ...
2. کمیت‌های برداری : کمیت‌هایی می‌باشند که علاوه بر مقدار دارای جهت نیز هستند و از قوانین برداری پیروی می‌کنند. مانند نیرو، سرعت، شتاب، میدان الکتریکی و ...

## بردارها

بردار، پاره خطی جهت دار است که آن را به صورت  $\vec{A}$  نمایش می‌دهند.





# حاصل جمع دو بردار

❖ برای حاصل جمع دو بردار دو روش وجود دارد

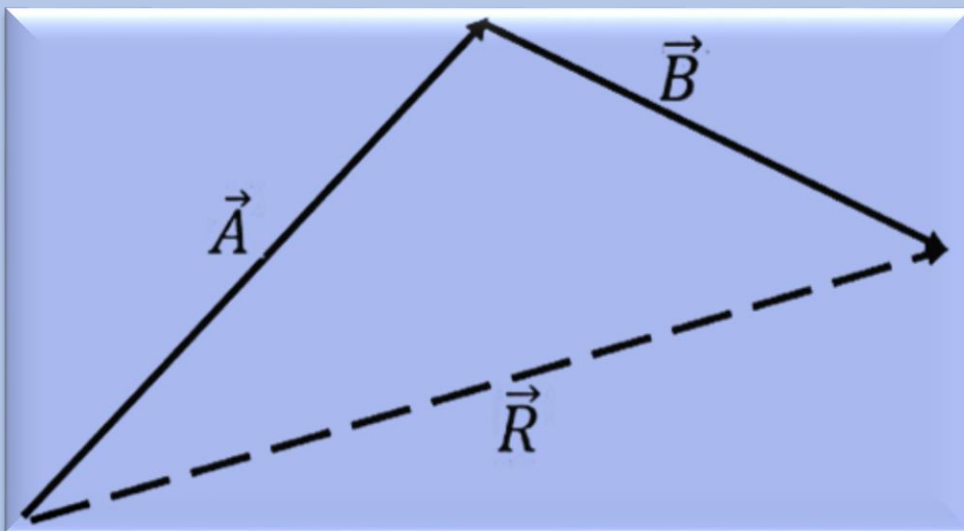
1. روش مثلثی:

2. روش متوازی الاضلاع:

## روش مثلثی:

در این روش ابتدا بردار  $B$  را روی انتهای بردار  $A$  قرار می‌دهیم. برداری که ابتدای  $A$  را به انتهای  $B$  وصل می‌نماید، همان بردار حاصل جمع دو بردار می‌باشد

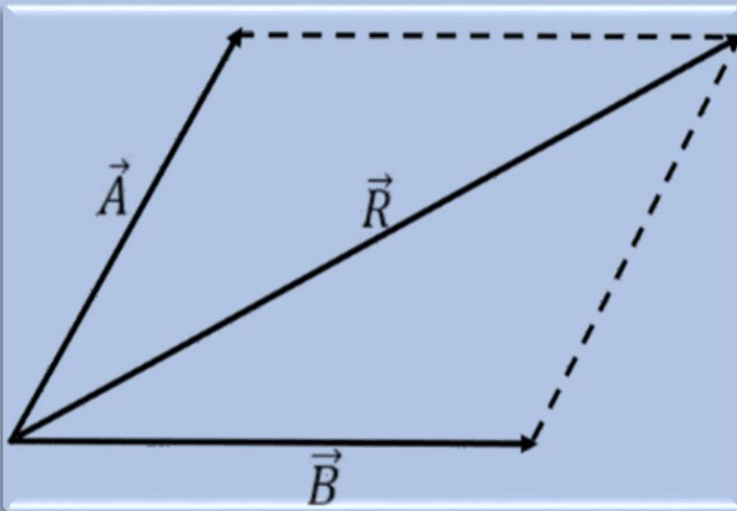
نکته: بردار حاصل جمع دو بردار را بردار برآیند می‌گویند و آنرا با  $R$  نمایش می‌دهند



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

## روش متوازی الاضلاع

در این روش ابتدای دو بردار را روی یکدیگر قرار می‌دهیم و سپس انتهای سپس از انتهای هر بردار خطی موازی بردار دیگر رسم می‌کنیم تا یکدیگر را قطع کنند و تشکیل یک متوازی الاضلاع دهند. قطر این متوازی الاضلاع همان بردار برآیند است.



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$



## دو ویژگی بردار بر آیند

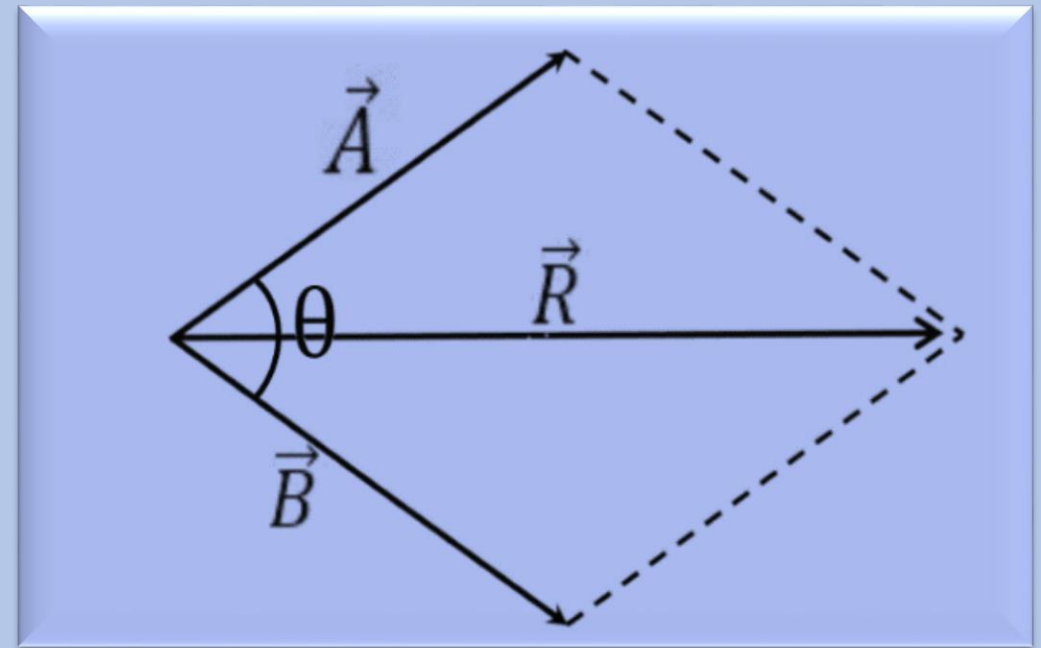
1. بردار بر آیند دارای جهت است که آن را از روی شکل تشخیص و یا با رسم شکل مشخص می‌کنیم

2. بردار بر آیند دارای جهت است که آن را باید محاسبه کرد

## اندازه بردار برآیند

هرگاه دو بردار مانند  $A$  و  $B$  با هم زاویه بسازند اندازه ی بردار برآیند را می توانیم بصورت زیر محاسبه کنیم .

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$



## مثال

دو بردار به طول های  $A=3$  و  $B=4$  با یکدیگر زاویه  $60^\circ$  درجه می سازند بر آیند این دو بردار را

$$\cos 60 = \frac{1}{2}$$

بدست آورید؟

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 60} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 + 2 \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{9 + 16 + 12}$$
$$= \sqrt{37} = 0.8$$

## مثال

دو بردار به طول های  $A=6$  و  $B=9$  با یکدیگر زاویه  $30^\circ$  درجه می سازند بر آیند این دو

$$\cos 30 = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1.2$$

بردار را بدست آورید؟

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 60} = \sqrt{(6)^2 + (9)^2 + 2 \times 6 \times 9 \times 1.2} \\ &= \sqrt{36 + 81 + 129.6} = \sqrt{246.6} = 15.7 \end{aligned}$$

## نکته

1. حفظ روابط مثلثاتی ضروری است

|               | $0^\circ$ | $30^\circ$                  | $45^\circ$                 | $60^\circ$                  | $90^\circ$ | $180^\circ$ |
|---------------|-----------|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|------------|-------------|
| $\sin \theta$ | 0         | $\frac{1}{2}$               | $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7$ | $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86$ | 1          | 0           |
| $\cos \theta$ | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86$ | $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7$ | $\frac{1}{2}$               | 0          | -1          |



## تمرین

1. دو بردار به طول های  $A=5$  و  $B=9$  با یکدیگر زاویه  $30^\circ$  درجه می سازند بر آیند این دو بردار را بدست آورید؟
2. دو بردار به طول های  $A=6$  و  $B=8$  با یکدیگر زاویه  $45^\circ$  درجه می سازند بر آیند این دو بردار را بدست آورید؟

## بردار یکه

بردار یکه در راستای محور های مختصات بوده و دارای سه ویژگی زیر می باشد

1. اندازه آن برابر با 1 است

2. نمی توان آن را بر حسب دیگری نوشت

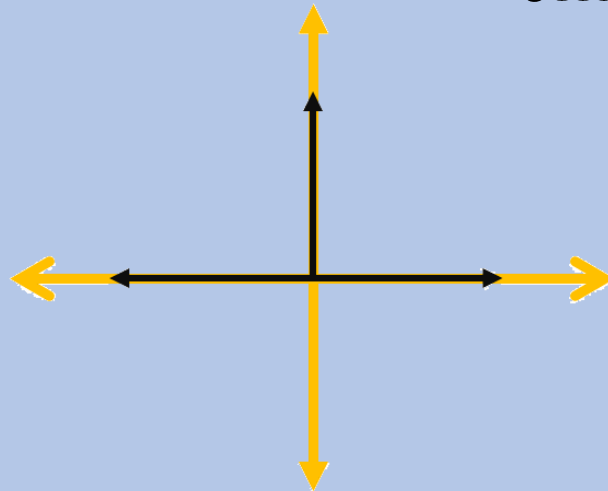
3. بر یکدیگر عمود هستند

❖ بردار یکه در راستای محور  $X$  ها  $\hat{i}$  و در راستای محور  $y$  ها  $\hat{j}$  است.

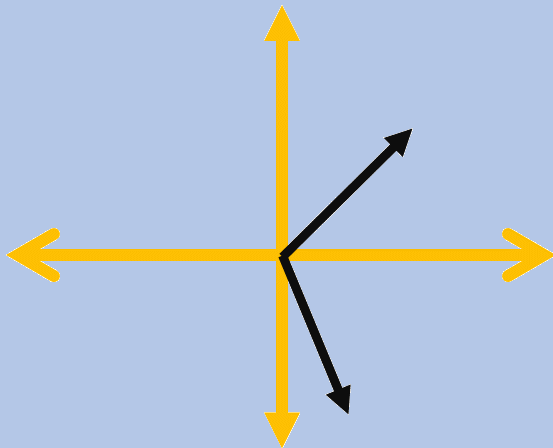
## تجزیه بردارها

بردارها در صفحه مختصات دارای دو وضعیت هستند

1. روی محورهای مختصات قرار دارند



2. بین محورها (در صفحه) قرار دارند (محور نارنجی، بردار سیاه)



## تجزیه بردارها

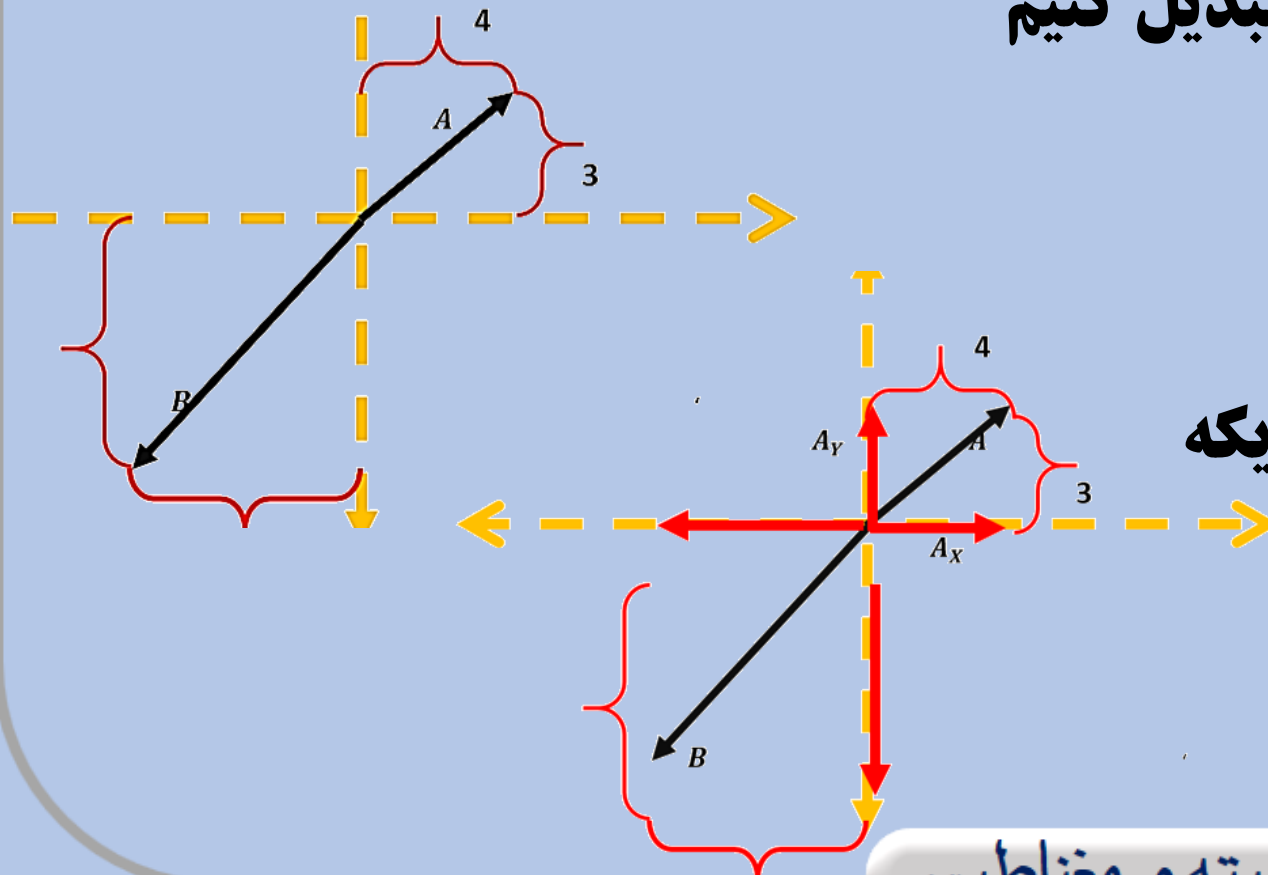
در تجزیه بردارها همه تلاش ما این است که بردارها را به کمک بردارهای یکه به بردارهایی منطبق بر محورهای مختصات تبدیل کنیم

$$A = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

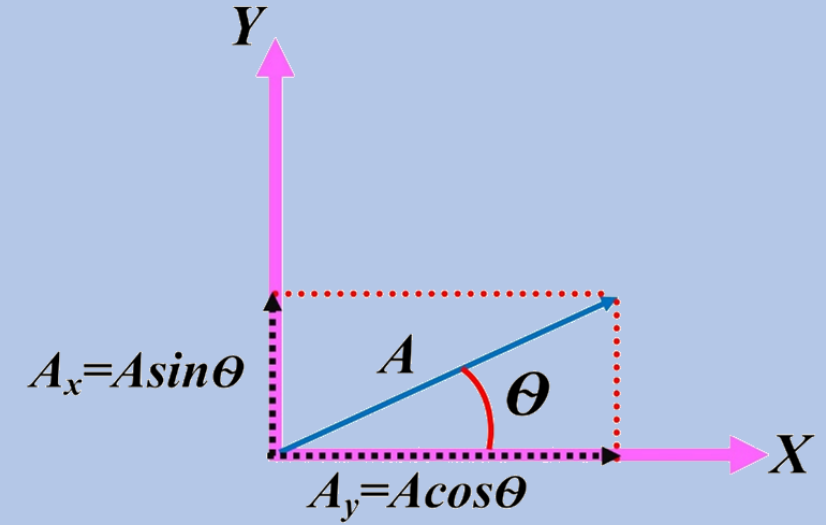
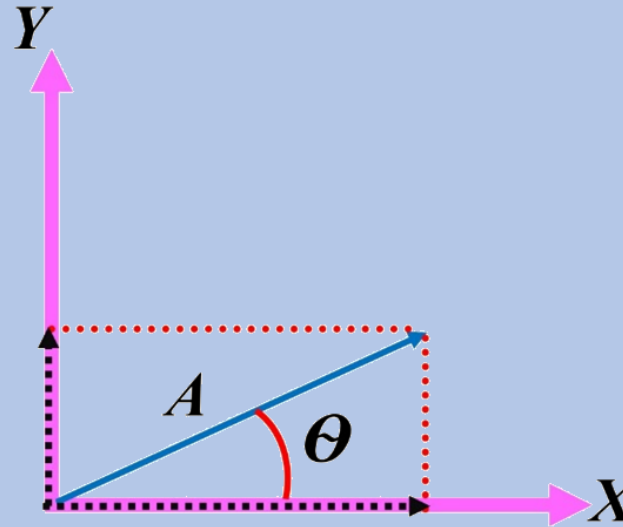
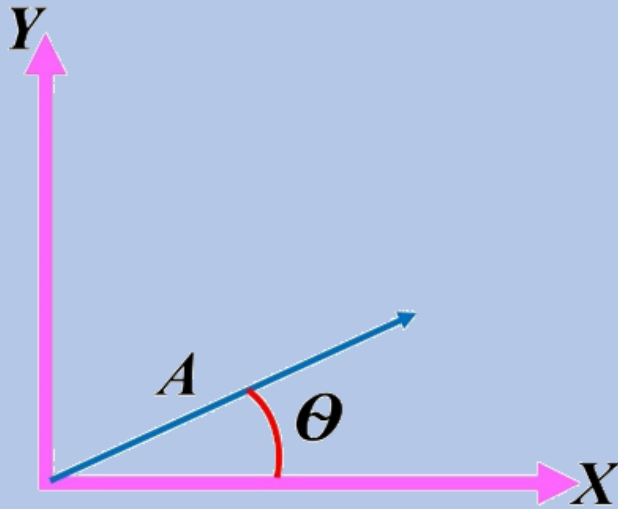
$$B = \begin{bmatrix} -6 \\ -7 \end{bmatrix} = -6\hat{i} - 7\hat{j}$$

در بالا بردارهای A و B را به بردارهای یکه تجزیه کردیم یعنی

می‌توانید روی محور شمارش کنید.



## تجزیه بردار



## چند حالت خاص برای بردار بر آیند :



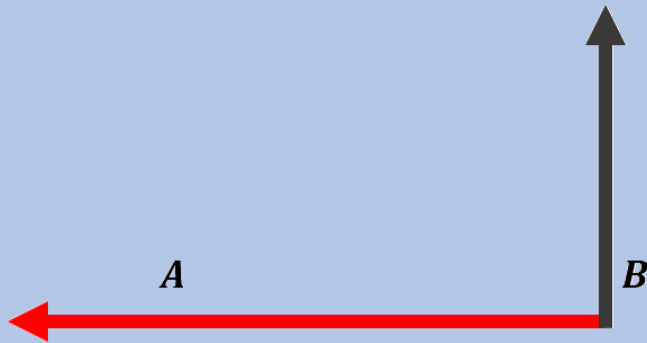
1. دو بردار هم جهت باشند  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 0} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB} = \sqrt{(A + B)^2} = (A + B)$$



2. دو بردار خلاف جهت باشند  $\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 180} = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB} = \sqrt{(A - B)^2} = (A - B)$$



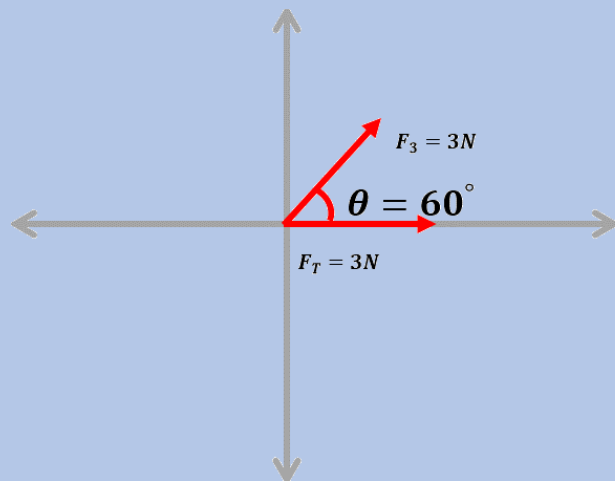
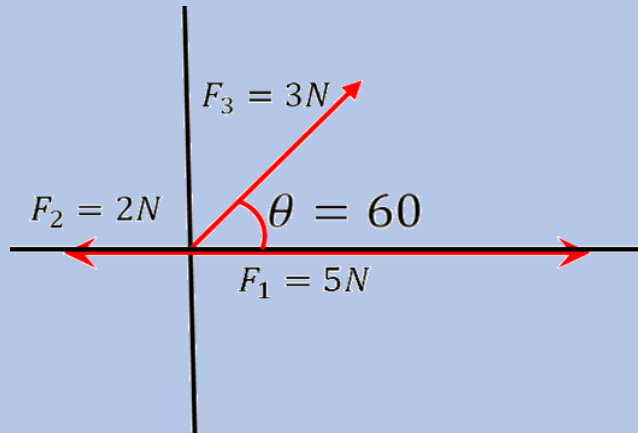
3. دو بردار عمود باشند

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 90} = \sqrt{A^2 + B^2 + 0} = \sqrt{A^2 + B^2}$$

**مثال:** مطابق شکل سه نیرو به جسمی وارد می‌شوند برآیند نیروهای وارد شده را به جسم را محاسبه کنید؟

همانطور که ملاحظه می‌کنید دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  در خلاف جهت یکدیگر هستند

در نتیجه برآیند آنها برابر است با  $F_T = F_1 - F_2 = 5 - 2 = 3N$



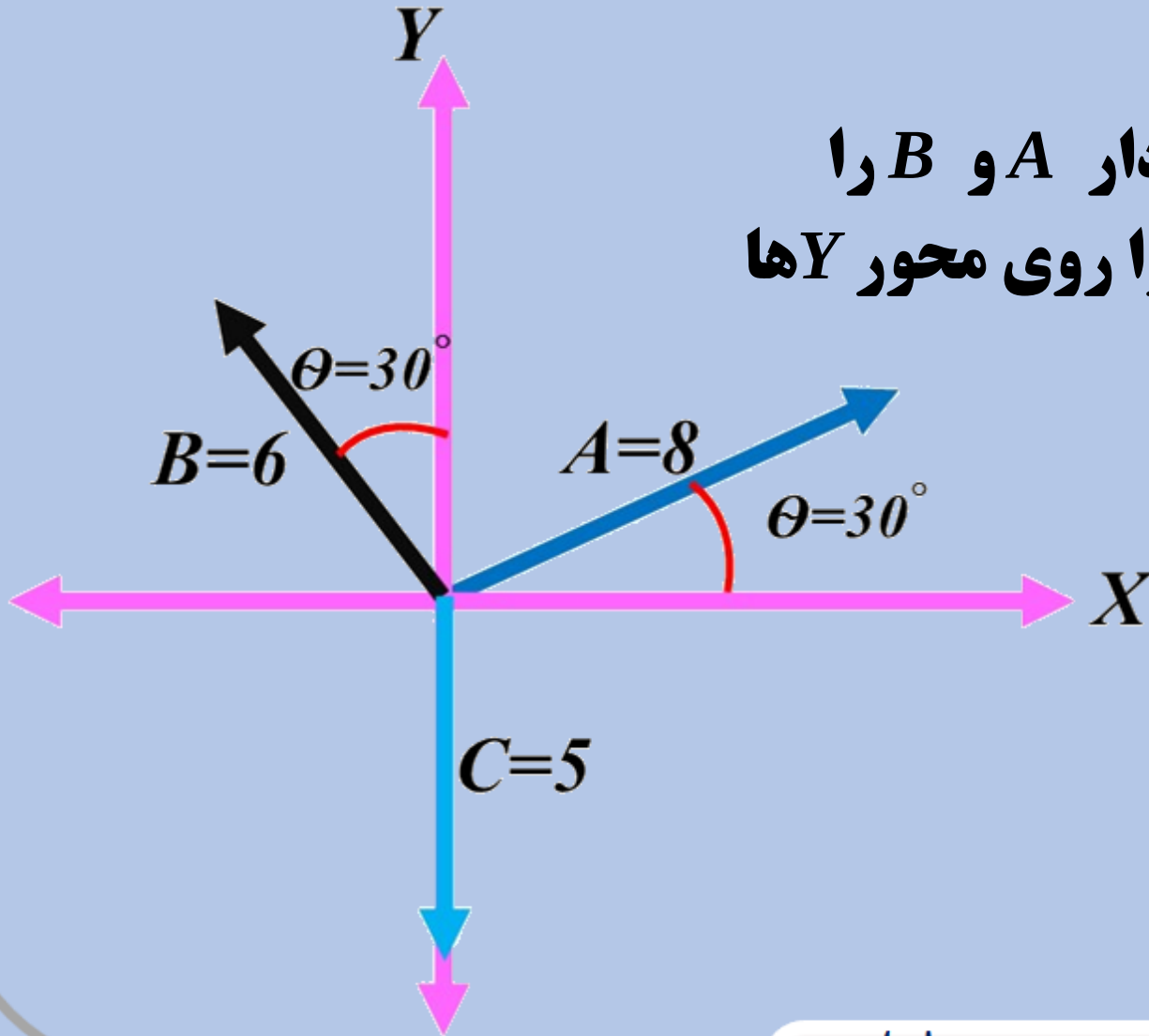
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

$$= \sqrt{3^2 + 3^2 + 2 \times 3 \times 3 \times \cos 60} = \sqrt{9 + 9 + 2 \times 9 \times \frac{1}{2}}$$

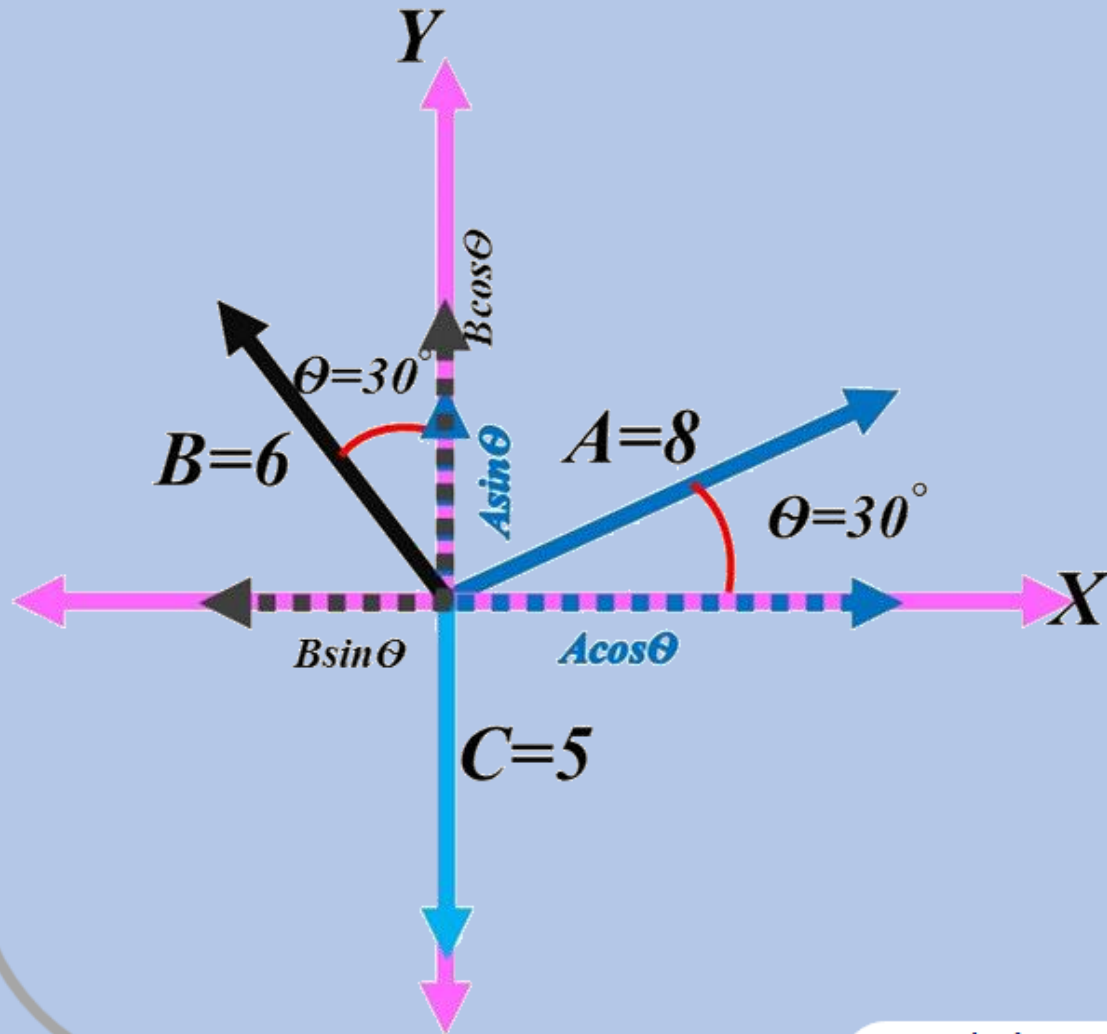
$$= \sqrt{3 \times 9} = 3\sqrt{3}N$$

**مثال:** مطابق شکل سه نیرو به جسمی وارد می‌شوند برآیند نیروهای وارد شده را به جسم را محاسبه کنید؟

همانطور که ملاحظه می‌کنید باید ابتدا دو بردار  $A$  و  $B$  را تجزیه کنیم. بردار  $C$  نیازی به تجزیه ندارد زیرا روی محور  $Y$ ها قرار دارد



پس از تجزیه دو بردار  $A$  و  $B$  داریم



$$A \cos \theta = 8 \cos 30 = 4\sqrt{3}$$

$$A \sin \theta = 8 \sin 30 = 4$$

$$B \cos \theta = 6 \cos 30 = 3\sqrt{3}$$

$$B \sin \theta = 6 \sin 30 = 3$$

$$C = 5$$

$A \cos \theta$  و  $B \sin \theta$  در یک راستا و در خلاف جهت یک یکدیگر (در راستای محور  $x$ )

$A \sin \theta$  و  $B \cos \theta$  در یک راستا و در یک جهت هستند (در راستای محور  $y$ )

پس خواهیم داشت

$$A \cos \theta - B \sin \theta = 4\sqrt{3} - 3 = 4 \times 1.7 - 3 = 6.8 - 3 = 3.8 \quad (i)$$

$$A \sin \theta + B \cos \theta = 4 + 3\sqrt{3} = 4 + 3 \times 1.7 = 4 + 5.1 = 9.1 \quad (j)$$

نهایتاً

$$(A \sin \theta + B \cos \theta) - C = 9.1 - 5 = 4.1$$



تقدیم به پیشگاه حضرت بقیه الله  
(عجل الله تعالی فرجه الشریف)

# صلوات بر محمد و آل محمد

با تشکر

نقطه آسایش مکان زیبایی است،  
اما هیچ چیز تا به حال در آنجا رشد نکرده است.